

## Clase 4: Filtros: Distorsión de Fase

Como habíamos anticipado en las clases anteriores, los filtros causan desplazamientos temporales en mayor o menor medida para determinadas frecuencias. En esta clase veremos cómo es ese desplazamiento, y cómo puede llegar a influir en nuestras mezclas. Pero antes, repasemos algunos conceptos que nos pueden ser de gran utilidad.

### Fase

Recordando el repaso de la Clase 1, la función senoidal se rige por la fórmula  $a(t) = A_0 \cdot \sin(\omega t + \beta)$ , donde  $\beta$  corresponde al desplazamiento de fase inicial, veamos de dónde proviene esto:

La función senoidal representa la proyección de un movimiento circular sobre un eje en el plano del movimiento. Siguiendo un recorrido en sentido inverso a las agujas del reloj, el ciclo completo se cumplirá al pasar por el punto en el cual comenzó el recorrido. Ese punto, si comienza a las 3 (hora de reloj), tendrá fase inicial 0 grados. Si comienza a las 12 tendrá 90 grados, y así hasta 359.9. En la Figura 1 se puede apreciar con mayor claridad, donde  $\beta$  posee un valor de 45 grados.

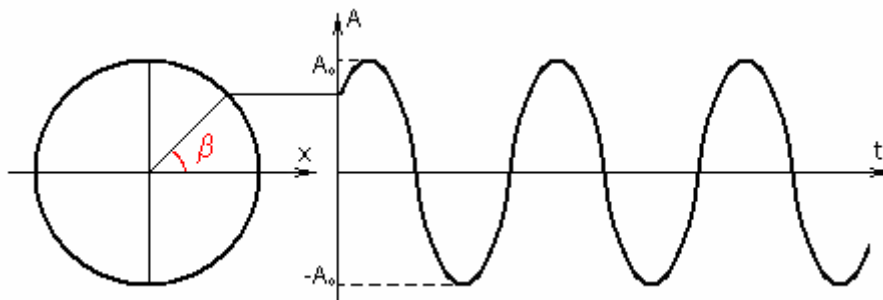


Fig. 1 - Sinusoide desplazada +45°

### Sumatoria de Ondas

Si deseo sumar dos sinusoides, considerando tanto su pulsación angular como su fase inicial, sólo basta con utilizar la siguiente fórmula:

$$\sin(\omega_1 + \alpha) + \sin(\omega_2 + \beta) = 2 \left[ \sin\left(\frac{(\omega_1 + \alpha) + (\omega_2 + \beta)}{2}\right) \cos\left(\frac{(\omega_1 + \alpha) - (\omega_2 + \beta)}{2}\right) \right]$$

Parece complicado a simple vista, sin embargo es más sencillo de lo que parece. Igualmente, al análisis que nosotros haremos en el curso, en esta primera parte solamente profundizaremos sobre suma de ondas de igual frecuencia.

Veamos que sucede en forma gráfica, cuando superponemos dos sinusoides de igual frecuencia, amplitud y fase (Figura 2). Como era de esperarse,

obtendremos otra senoide, de igual frecuencia y fase inicial, y con el doble de amplitud.

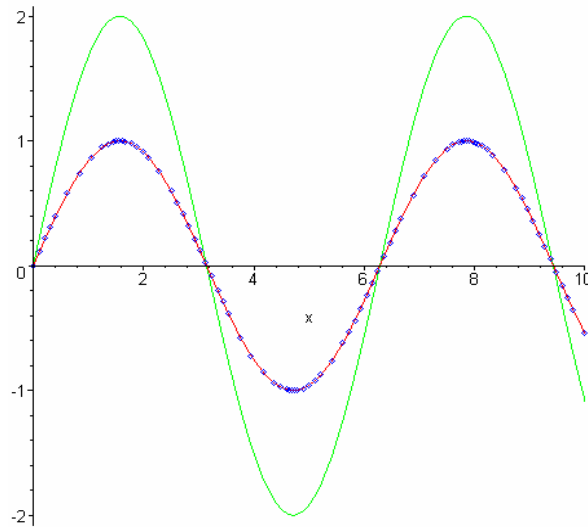


Fig. 2 - Suma de sinusoides de igual frecuencia, amplitud y fase (roja + punteada = verde)

Si realizamos una suma de sinusoides iguales desfasadas  $180^\circ$ , la resultante será nula, debido a que sumaremos módulos iguales pero con distinto signo. Un caso muy particular es cuando ambas sinusoides están desfasadas  $120^\circ$  o  $-120^\circ$ , ya que la suma posee la misma amplitud que las sinusoides originales, pero distinta fase (Figura 3).

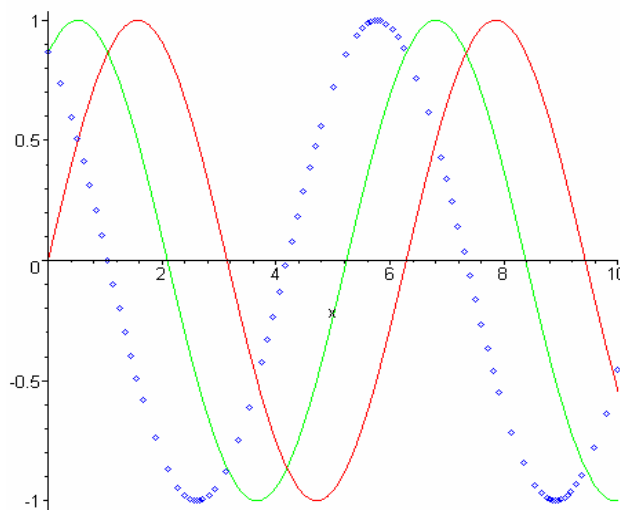


Fig. 3 - Suma de sinusoides desfasadas  $120^\circ$  (roja + punteada = verde)

En el audio digital la suma de ondas se rige exactamente por el mismo criterio, lo que implica que si dos señales se superponen, se sumarán punto a punto. En este caso, la suma de dos sinusoides coherentes (igual fase, frecuencia y amplitud partiendo “desde el mismo punto”), nos devolverá 6dB más que las originales. Dos sinusoides iguales pero desfasadas  $120^\circ$  devolverán una senoide igual pero desfasada  $60^\circ$ , dos sinusoides iguales pero desfasadas  $180^\circ$

se cancelarán, y el resto de los desfases producirán sinusoides con diferentes amplitudes. En la Figura 4 se puede observar la diferencia del valor energético en la suma, referido a la diferencia de fase entre ambas señales.

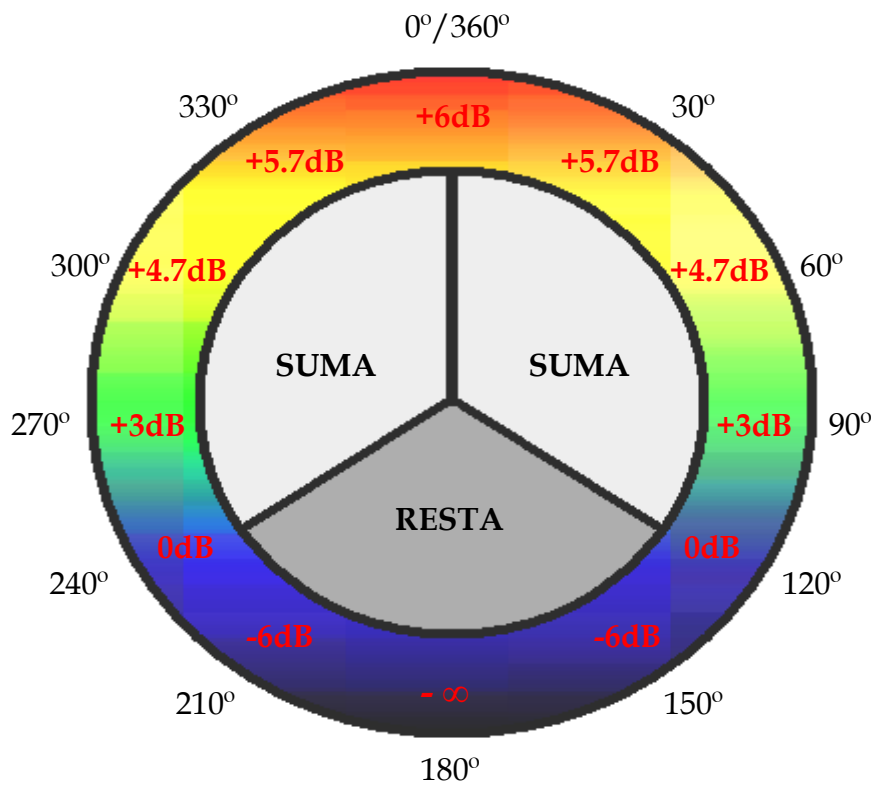


Fig. 4 - Valor energético resultado de la relación de fase

## Decibeles

El decibel es el resultado de no poder expresar en forma cómoda diferentes magnitudes muy alejadas entre sí. Como sucede en el caso de la potencia sonora, el nivel de presión sonora, o niveles de señales eléctricas, los valores mínimos percibidos llegan a ser millones de veces más pequeños que los máximos. Es por ello que se utiliza una escala logarítmica de base 10, para expresar el valor en cuestión, comparado con uno de referencia. Para expresar la ganancia o pérdida de una función de transferencia, dispositivo, etc.

expresada en dB, utilizamos la fórmula  $dB = 10 \times \log \frac{P_s}{P_E}$  donde  $P_s$  corresponde a

la potencia de salida, y  $P_E$  a la de entrada o de referencia. Dado que el audio digital utiliza como referencia el máximo valor de amplitud posible, resulta lógico que los indicadores muestren valores negativos.

En el caso de medir energía, los cuadrados dentro del logaritmo se transforman en un factor de multiplicación por 2, lo que implica que el doble de energía sumará 6dB en vez de 3 (como en el gráfico de la Figura 4).

## Décadas y Octavas

Hemos nombrado dos tipos de bases de logaritmos en lo que va del curso: logaritmos de base 2, y logaritmos de base 10. A los primeros los utilizamos principalmente en el dominio musical y de la frecuencia, para expresar en forma más cómoda la relación de duplicación de la frecuencia por cada octava musical. En el caso de los logaritmos de base 10, una escala logarítmica nos permite visualizar mejor cambios de órdenes de magnitud, y llamaremos década a la diferencia entre un orden de magnitud y el siguiente. Por ejemplo entre 20 y 40Hz hay una octava de diferencia y entre 200 y 800 hay dos octavas de diferencia; y entre 1kHz y 10kHz hay una década de diferencia y entre 1Hz y 100Hz hay dos décadas de diferencia (Figura 5). Esto será de gran utilidad al hablar de filtros, donde por ejemplo una pendiente de 6dB/Oct=20dB/Década.

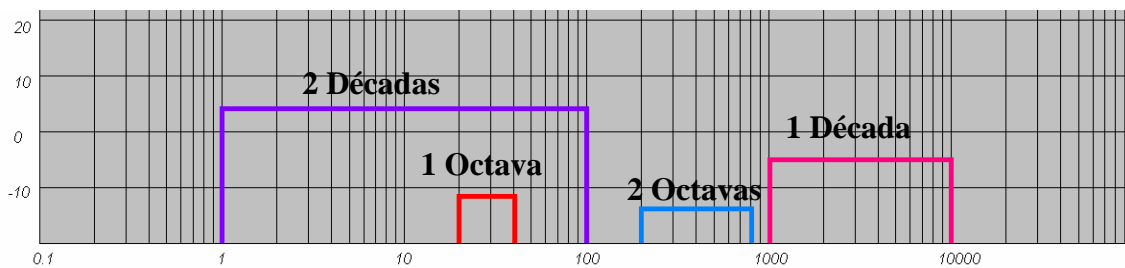


Fig. 5 - Ejemplos de Octavas y Décadas - Escala Logarítmica Base 10

## Diagramas de Bode

Muchas veces es de vital importancia conocer la respuesta en frecuencia y fase en régimen permanente de un circuito o dispositivo, o sea, su función de transferencia para las distintas señales con las que pueda operar. Mediante los Diagramas de Bode, es posible conocer con cierta aproximación la respuesta en frecuencia y fase de un circuito, donde se puede visualizar módulo y fase de la transferencia en forma sencilla con dos gráficos. Para facilitar su entendimiento y comportamiento, las escalas adoptadas serán logarítmicas, pero de base 10, tanto para identificar el módulo como la frecuencia (debido a que el gráfico de fase requiere análisis por décadas).

Antes de seguir avanzando, haremos algunas salvedades muy importantes. En primer lugar, como vimos en las topologías circuitales de los filtros, estuvimos en presencia de Resistores, Inductores y Capacitores.

La impedancia  $Z$  de un inductor  $L$  se rige por la expresión  $Z = \omega L$  (a medida que aumenta la frecuencia, aumenta su impedancia), y realiza un desplazamiento en donde la Tensión se adelanta  $90^\circ$  de la corriente.

La impedancia  $Z$  de un capacitor  $C$  se rige por la expresión  $Z = \frac{1}{\omega C}$  (a medida que disminuye la frecuencia, aumenta su impedancia), y realiza un desplazamiento en donde la Tensión se retrasa  $90^\circ$  respecto a la corriente.

Los Resistores nos permitirán reducir las señales sin aportar corrimiento de fase, algo muy importante para el fin que estamos persiguiendo. Pero no sucede lo mismo con los Inductores y Capacitores. Casualmente son estos componentes los que nos permiten el desarrollo de filtros. Si analizamos bien como se comportan las impedancias, veremos que para los Polos (valores que tienden a infinito) de impedancia, tendremos Ceros (obviamente, valores que tienden a cero) de transmisión. A continuación veremos entonces los diagramas de bode para un Capacitor y un Inductor de valor 1. En la Figura 6, al inductor  $L=1$  (donde  $j \cdot \omega = \omega \cdot e^{j90}$ ) que representa un Cero en el origen ( $f=0$ ) le corresponde el siguiente diagrama. El desfase es el mismo para cualquier frecuencia.

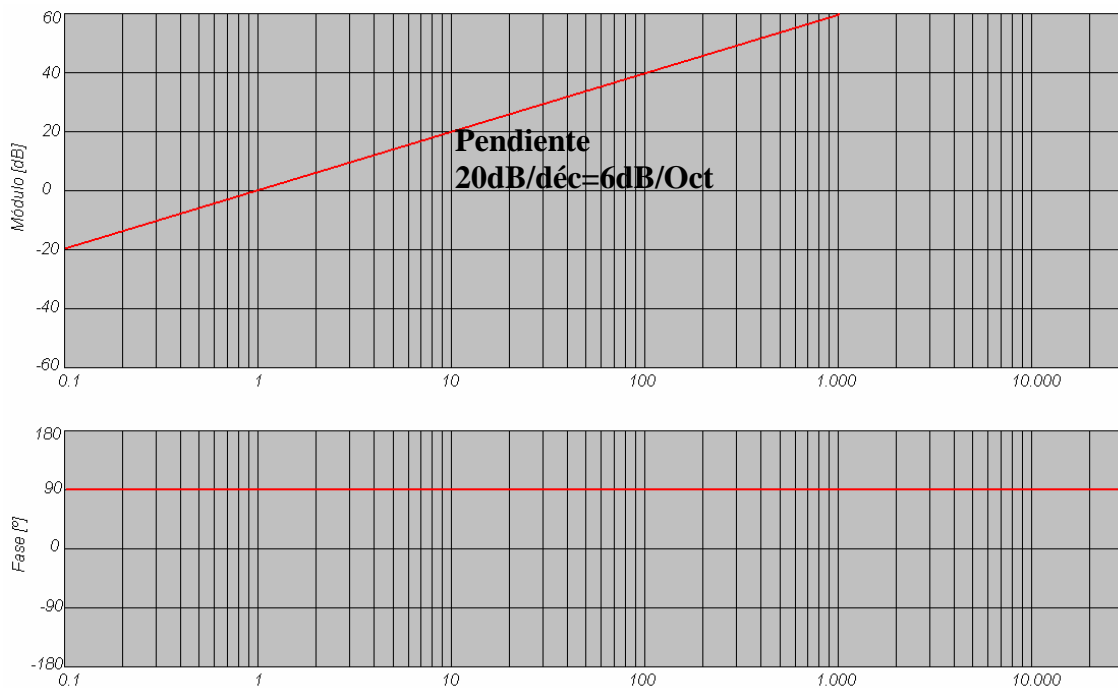


Fig. 6 – Aporte de  $+90^\circ$  de una pendiente de 6dB/Oct.

En el caso del Capacitor, estamos en presencia de un Polo en el origen dado que  $\frac{1}{j \cdot \omega} = \omega \cdot e^{-j90}$ , entonces el diagrama de Bode será el de la Figura 7. Nótese que para ambos casos, ambos módulos cruzan  $\omega = 1$  sin modificar la amplitud de la señal. Si multiplicásemos por una constante  $K$ , tanto para amplificar ( $K > 1$ ) como para atenuar la señal ( $K < 1$ ), desplazaríamos la envolvente del módulo hacia frecuencias mayores o menores (siempre manteniendo la misma pendiente) pero no modificaríamos la fase.

De este primer análisis destacaremos que pendientes positivas de +6dB/Oct aportan un desfase de  $+90^\circ$  y pendientes negativas de -6dB/Oct aportan un desfase de  $-90^\circ$ . Si las pendientes fuesen de +12dB/Oct, estaríamos en presencia de desfases de  $+180^\circ$ , y así sucesivamente.

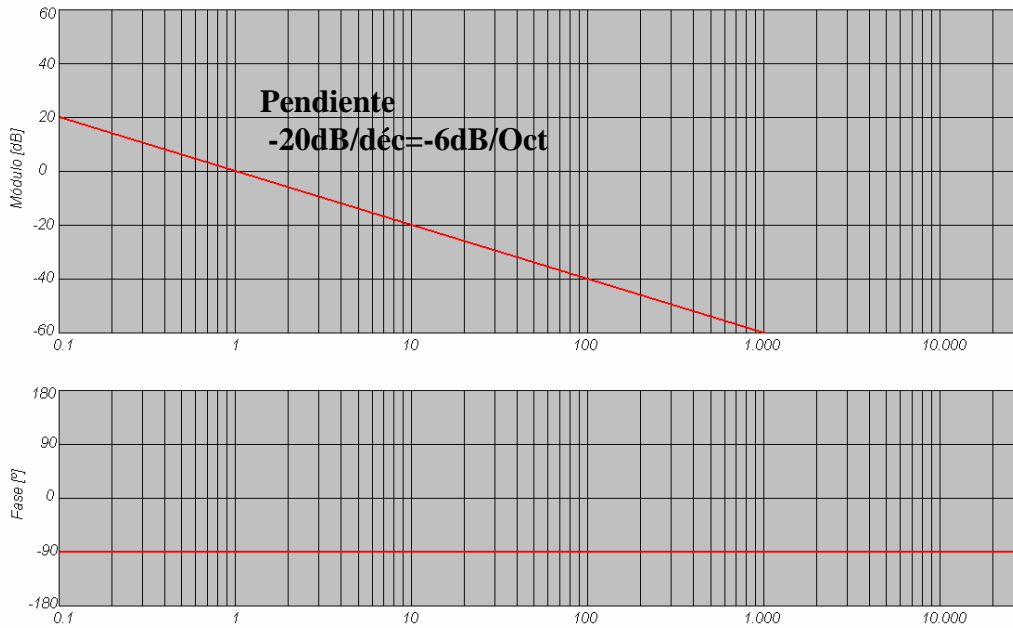


Fig. 7 – Aporte de  $-90^\circ$  de una pendiente de  $-6\text{dB/Oct}$ .

Pero este tipo de filtros no se parecen mucho a los que utilizamos en el dominio del audio. Sin embargo, serán el puntapié inicial para poder comprenderlos. Tomemos ahora un caso particular en donde a partir de cierta frecuencia, la respuesta del circuito o ecualizador cambia de manera abrupta, y pasa de no modificar el espectro a hacerlo con un énfasis que denote una pendiente positiva de  $+6\text{dB/Oct}$ . En este caso, la distorsión de fase que se producirá comenzará una década antes de que comienza a actuar el filtro, y terminará una década después, llegando así a los  $+90^\circ$  de desfasaje que dicha pendiente debe producir (Figura 8). Cabe aclarar que el gráfico realizado es cualitativo (asintótico). En la figura 9 veremos el comportamiento de un filtro real pero esta vez para distintos factores de calidad.

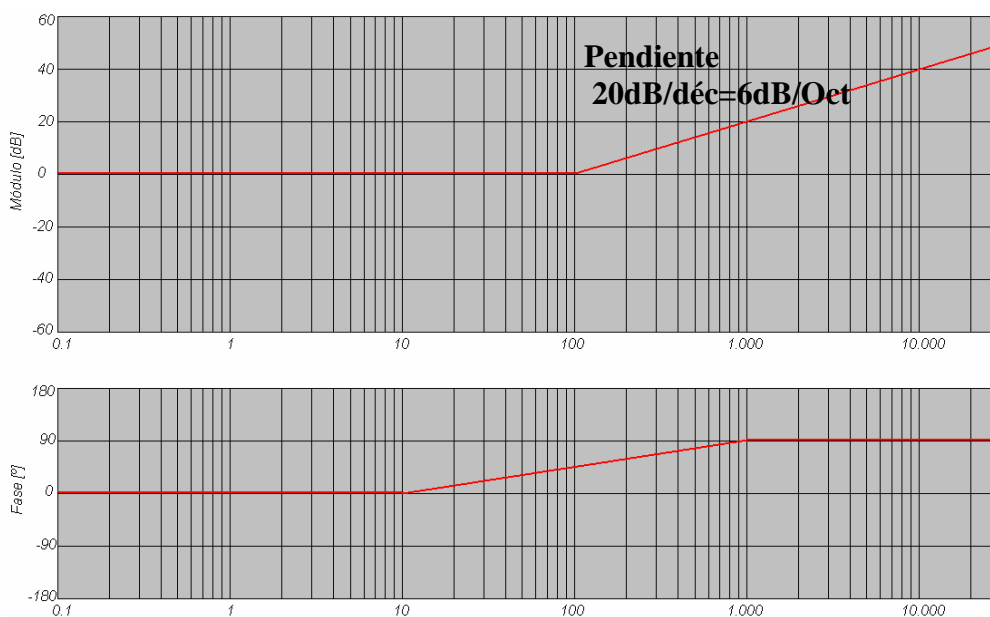


Fig. 8 – Aporte de  $90^\circ$  de una pendiente de  $+6\text{dB/Oct}$  que comienza en  $w=100$

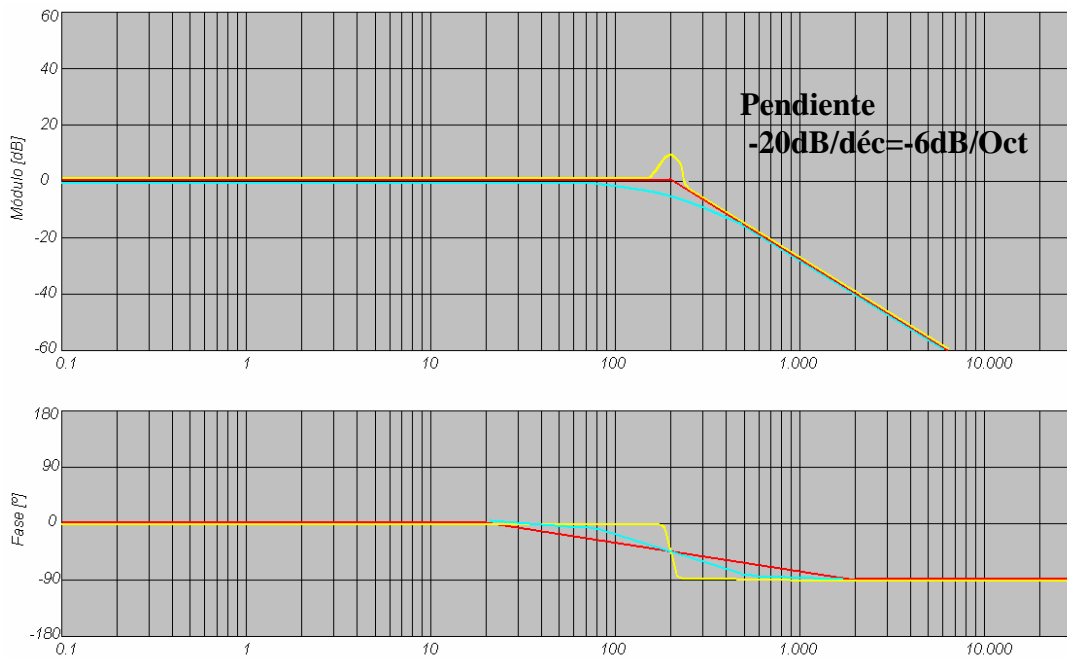


Fig. 9 – Aporte de  $-90^\circ$  de una pendiente de  $-6\text{dB/Oct}$  que comienza en  $\omega=200$ , para distintos factores de calidad

Ya estamos en condiciones de poder reconocer la distorsión de fase de cualquier ecualizador que utilicemos que no sea de tipo “linear phase”, ya que podremos hacer diferentes combinaciones de los casos nombrados. A continuación trataremos de comprobar si este método logra aproximarse a la realidad. En la Figura 10 simularemos un ecualizador de banda, donde enfatizamos 6dB para el potenciómetro de 1kHz. En la Figura 11 representaremos el diagrama de fase resultante, y compararemos dicho gráfico con una medición real (Figura 12), donde hay muchas similitudes. Lamentablemente, el software utilizado no permitió una escala logarítmica de base 10.

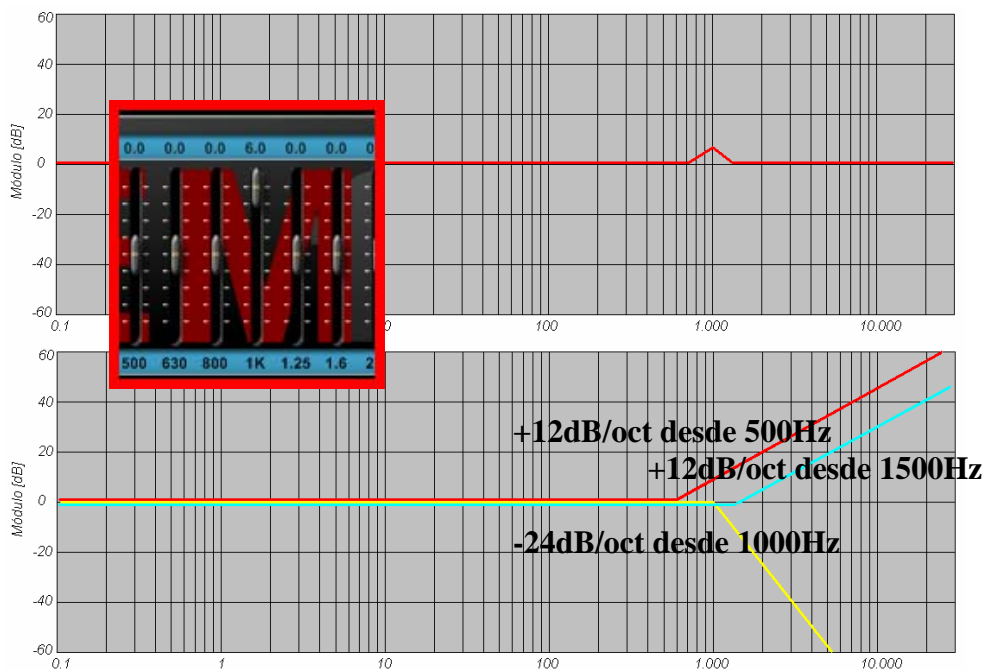


Fig. 10 – EQ 1/3 Oct – Énfasis de 6dB en Banda de 1kHz

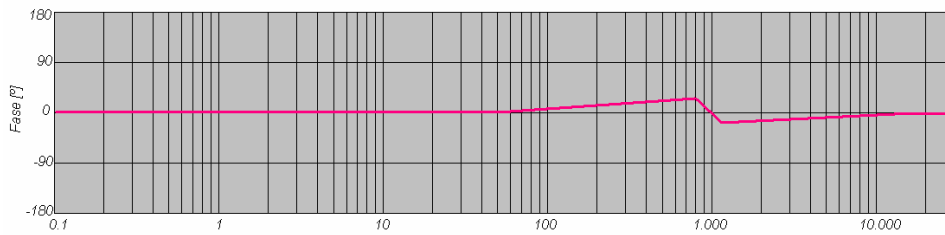


Fig. 11 – Respuesta en fase de dicho Ecuador

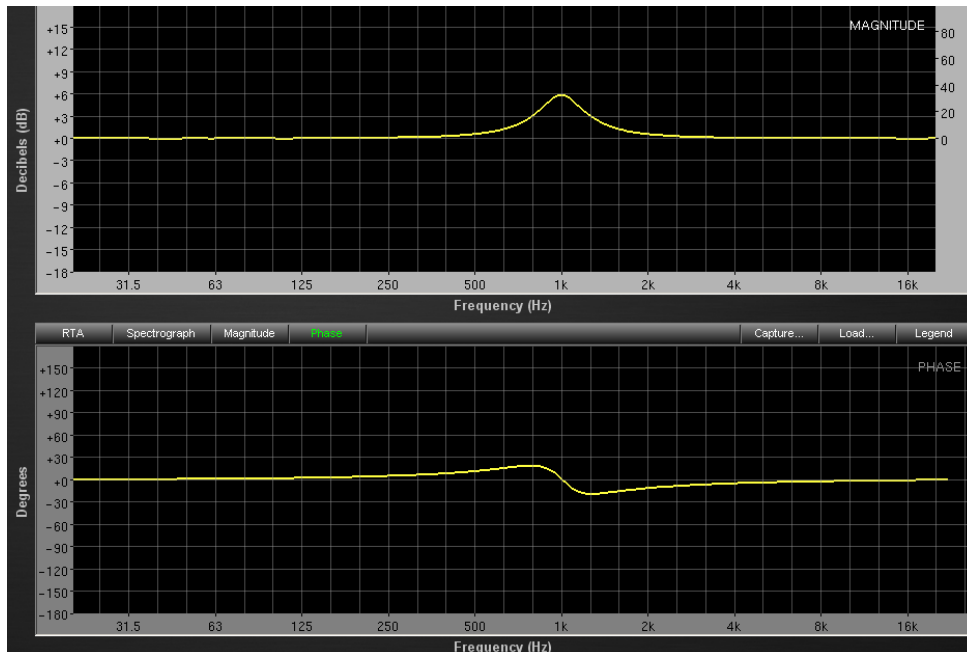


Fig. 12 – Respuesta en frecuencia y fase real de dicho Ecuador

Si bien el método para realizar el cálculo “a mano” es algo tedioso, nos puede sacar de un apuro cuando necesitemos conocer una respuesta en fase. Ahora bien, ¿de qué puede servirnos esto? Al sumar señales, ya sea en una mezcla, al hacer mono un par estéreo, o al utilizar divisores como los crossovers, etc., puede que no deseemos perder amplitud en cierta porción del espectro. Tener conocimiento de esto nos puede ayudar para entender “coloraciones” o cancelaciones y filtros de peine en ciertos casos.

### La fase en Pasa Altos y Pasa Bajos

Al trabajar con filtros, muchas veces no tenemos en cuenta el desplazamiento en frecuencia que estos producen. Es común que para redes divisorias (crossovers) no se consideren estos desplazamientos, y en el cruce haya una disminución de la amplitud.

Como veíamos anteriormente, según el orden del filtro, teníamos distintas pendientes, pero igual disminución de la amplitud de la frecuencia de corte. Eso es cierto, si es que mantenemos la topología. Si utilizamos diseños distintos



al estudiado (Butterworth), no siempre tendremos -3dB en la  $f_c$ . Veamos en la Tabla 1 algunas características de los filtros más comunes en audio:

Diseño	Módulo en $f_c$	Órdenes Posibles
Butterworth	-3dB	Cualquier
Linkwitz-Riley	-6dB	Sólo pares
Bessel	-6dB y -8dB	Sólo Pares

Tabla 1 - Características de los diseños de filtro más comunes en el audio

Vemos que en forma eléctrica, si dividimos al espectro con dos Linkwitz-Riley con igual  $f_c$ , un Pasa Altos y un Pasa Bajos, al sumarlos deberíamos tener el mismo módulo en el punto de corte que en el resto del espectro. Pero de ello depende el orden del filtro que estemos utilizando, ya que el desfase puede jugarnos en contra. Veamos la Tabla 2:

Orden	Atenuación	Desfase
1°	6dB/Oct	45°
2°	12dB/Oct	90°
3°	18dB/Oct	135°
4°	24dB/Oct	180°
8°	48dB/Oct	360°

Tabla 2 - Características de los distintos órdenes de filtro en  $f_c$

Dependiendo de la pendiente del filtro, puede que en el empalme generemos un efecto no deseado, y perdamos intensidad a  $f_c$  y sus frecuencias cercanas. En las Figuras 13 y 14 veremos dos Filtros Butterworth de Primer orden, un pasa altos y un pasa bajos respectivamente.

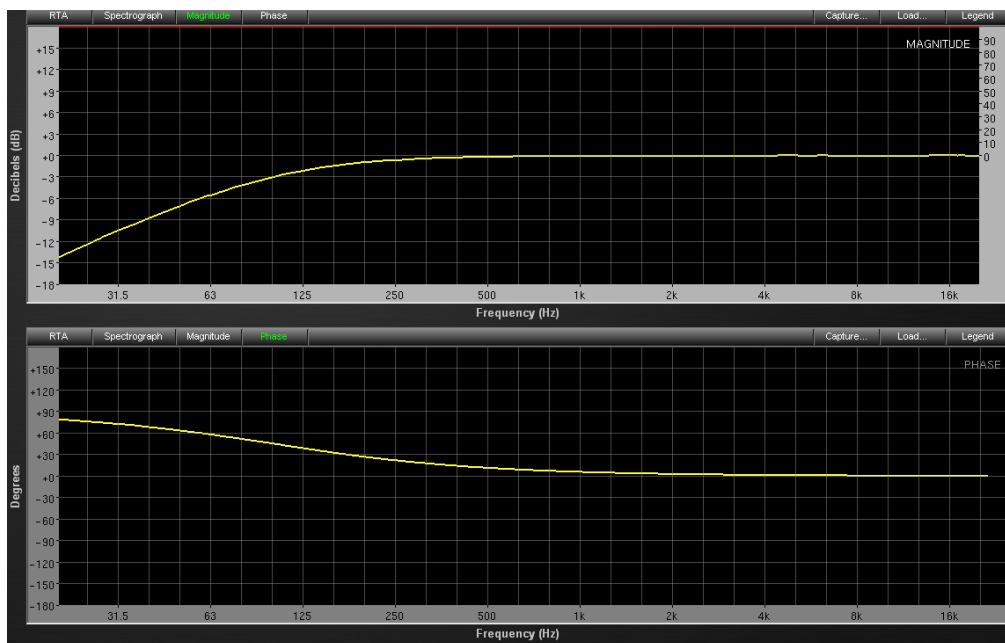


Fig. 13 - Pasa altos Butterworth primer orden,  $f_c=100\text{Hz}$

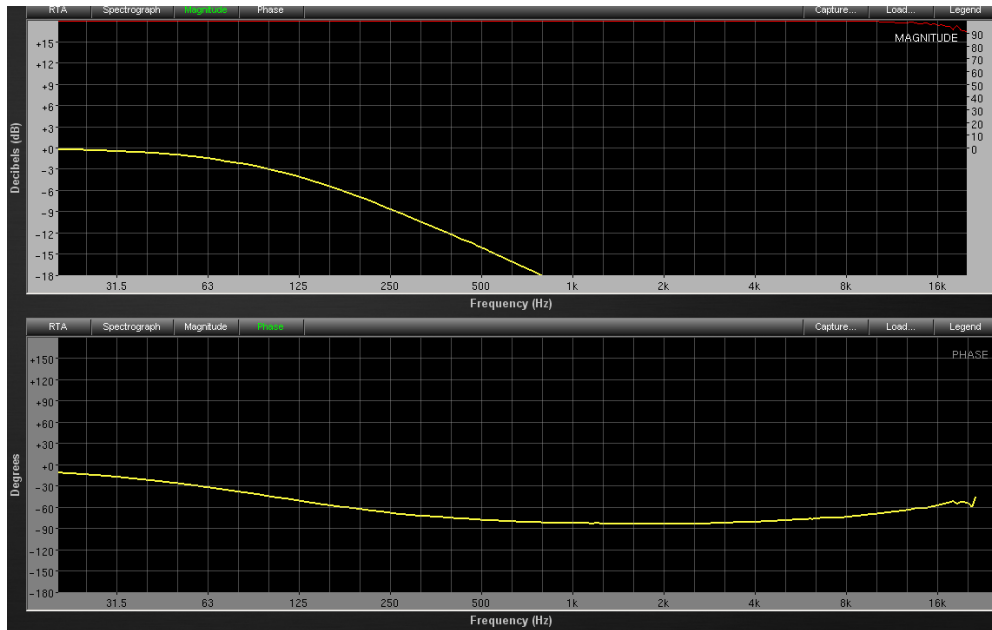


Fig. 14 – Pasa bajos Butterwort primer orden,  $f_c=100\text{Hz}$

Dado que a ambas  $f_c$  (100Hz) hay  $-3\text{dB}$ , la suma eléctrica estaría  $6\text{dB}$  por encima ( $+3\text{dB}$  sobre el resto del espectro). Sin embargo, como el desfase para el pasa altos es  $+45^\circ$  y para el pasa bajos es  $-45^\circ$ , la diferencia de  $90^\circ$  nos permitirá sumar sólo  $3\text{dB}$  y obtener respuesta en frecuencia “plana” a la suma, y también en fase (Figura 15).

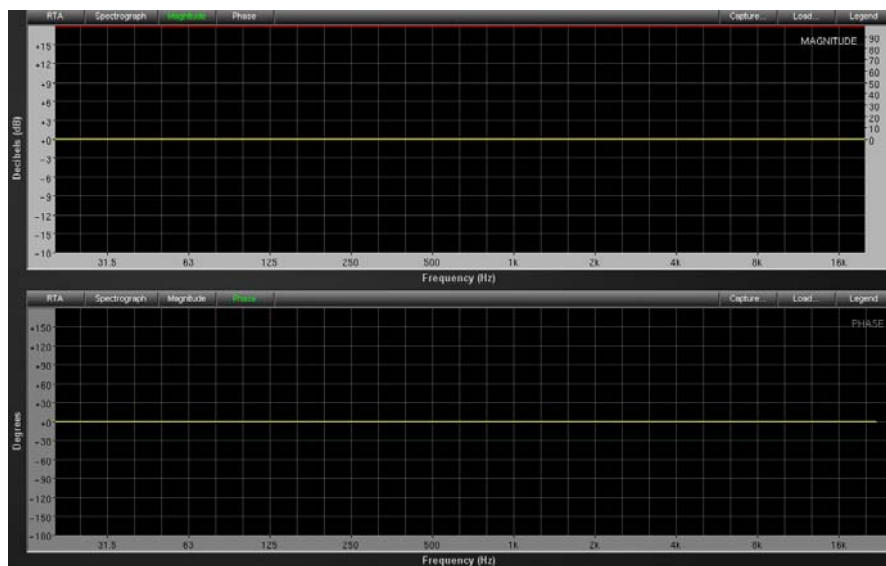


Fig. 15 – Respuesta final en la suma

Pero no siempre se obtienen casos tan favorables. En las figuras 16 y 17 se observa la respuesta en frecuencia y fase de un pasa altos y un pasa bajos Linkwitz-Riley de segundo orden, respectivamente. Ambas  $f_c=100\text{Hz}$ , donde en dichos puntos la atenuación es  $-6\text{dB}$ . Sin embargo, las respuestas en fase arrojan una diferencia de  $180^\circ$  en la  $f_c$  para ambos filtros ( $+90^\circ$  y  $-90^\circ$ , respectivamente), lo que implica que habrá cancelaciones en dicho punto y sus alrededores (Fig 18).

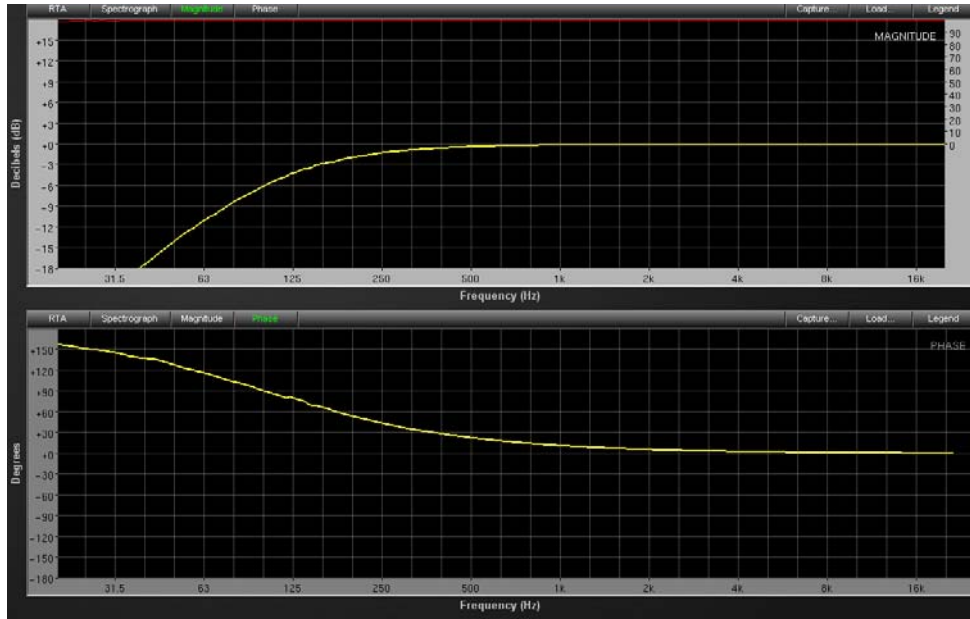


Fig. 16 - Pasa Altos Likwitz-Riley segundo orden,  $f_c=100\text{Hz}$

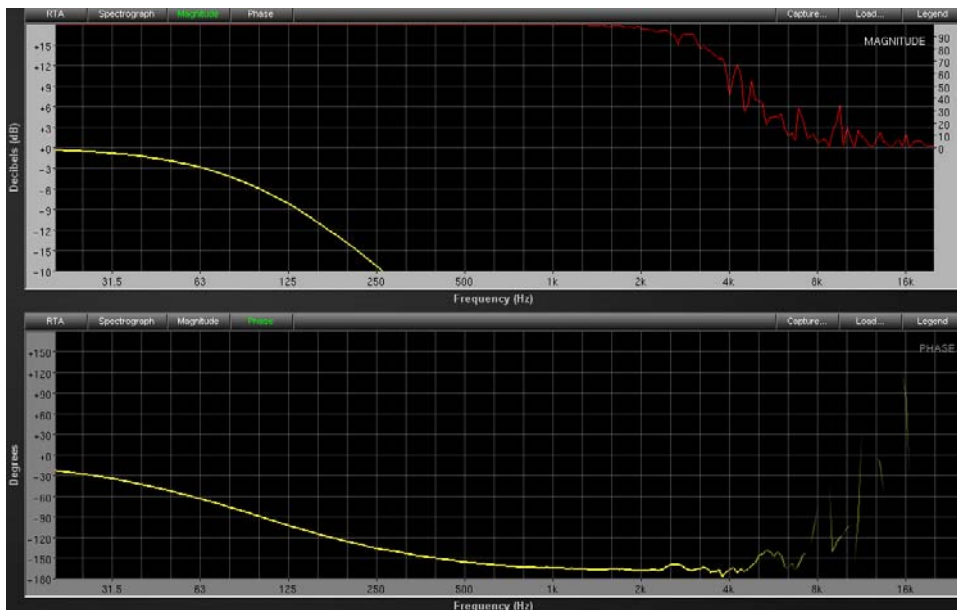


Fig. 16 - Pasa Bajos Likwitz-Riley segundo orden,  $f_c=100\text{Hz}$

Como solución a este tipo de problemas, lo indicado sería invertir la polaridad de una de las dos señales, para volver a tener una respuesta en frecuencia “plana” (Figura 19). Nótese que la respuesta de fase es la misma que la de la señal no invertida.

Para cada tipo de filtro y su pendiente, será necesario hacer este tipo de análisis si luego se pretende hacer una suma de las señales filtradas (por ejemplo: crossovers o compresores multibanda, etc.).

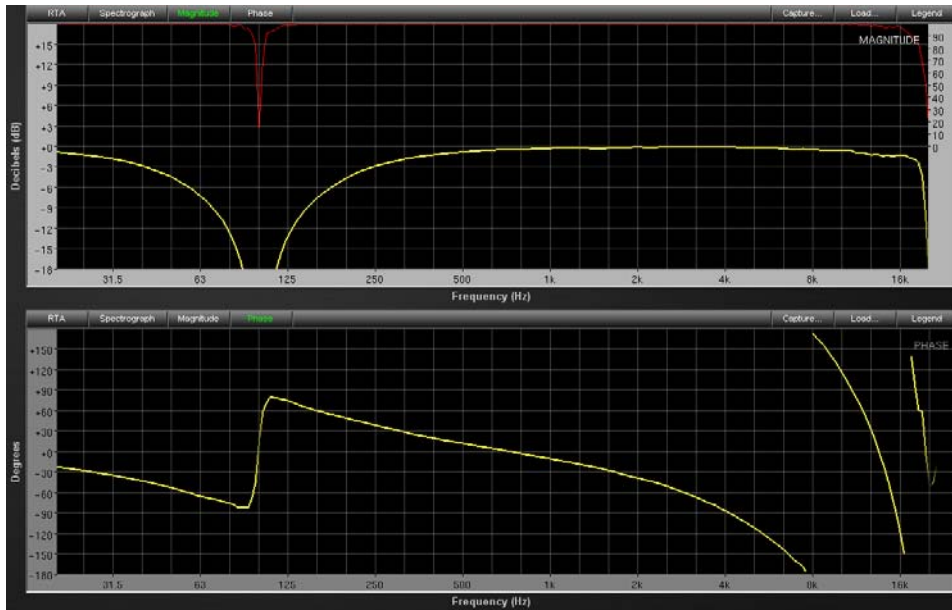


Fig. 18 – Respuesta final en la suma

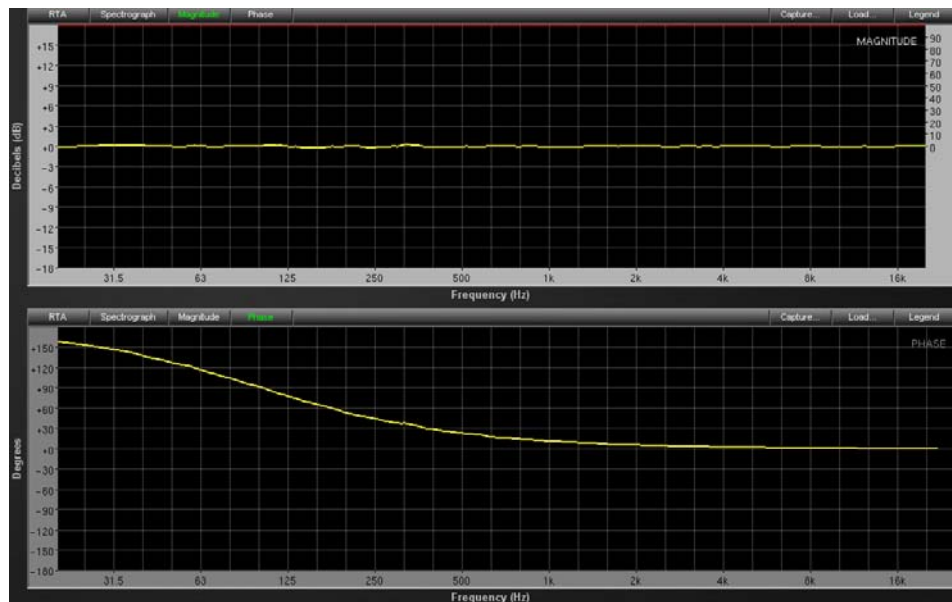
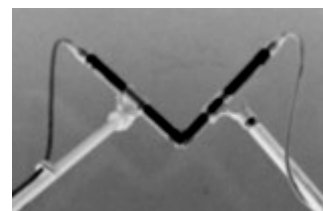


Fig. 19 – Respuesta final en la suma, con pasa bajos invertido

## Par de Micrófonos XY

Para citar un ejemplo de rápida aplicación a la mezcla, veremos el caso de la toma XY, comúnmente utilizada en Overheads de batería. Al estar los diafragmas de ambos micrófonos muy próximos, los frentes de onda que perciben son casi iguales tanto en frecuencia como fase (haciendo la salvedad de que cada micrófono tomará lo que su cobertura le permita).



Este tipo de tomas tiene una alta compatibilidad mono, ya que al superponer ambos canales, hay muy pocas cancelaciones producto de la diferencia de fase. Sin embargo, si por ejemplo utilizamos para cada canal un filtro pasa altos con

diferente diseño o pendiente, al pasarlo en mono tendremos algunos cambios en la coloración del espectro, y podrá haber tanto énfasis como atenuaciones dependiendo de los filtros y pendientes utilizados y sus respectivos cortes. Por ejemplo, para un canal con filtro Butterworth segundo orden con  $f_c=100\text{Hz}$  sumado al otro canal con un Linkwitz-Riley de segundo orden  $f_c=315\text{Hz}$ , el diagrama de respuesta en frecuencia y fase será el de la Figura 20, donde habrá un pequeño *dip* rondando los 300Hz, frecuencia desde la cual supuestamente deseamos mantener el espectro intacto.

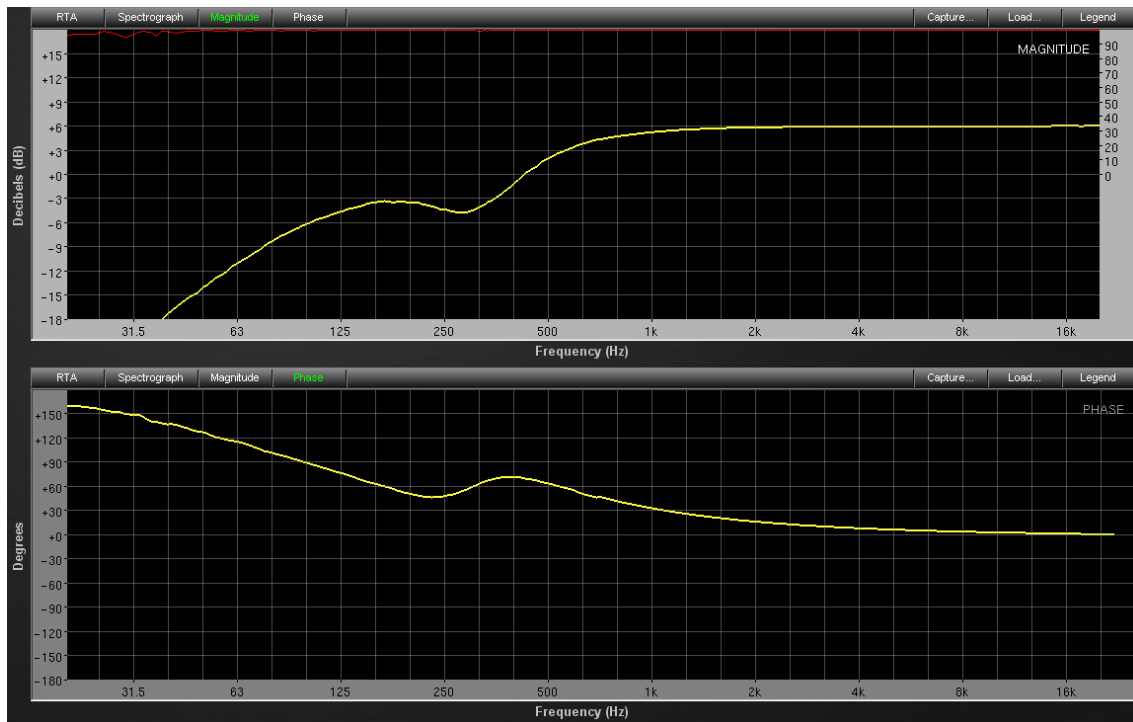


Fig. 20 - Respuesta en frecuencia y fase de la conversión mono del Par XY filtrado

## Bibliografía

Basso, Gustavo. Análisis Espectral, La trasformada de Fourier en la Música, Ed. Al Margen, 2001.

Nilsson, J. W. Circuitos Eléctricos, Addison Wesley Iberoamericana, 1995.

Salvador Castañeda Valdés, Subwoofers, [www.sonotribe.com](http://www.sonotribe.com)

Salvioli, Sagra. Matemáticas Especiales, Ed. CEILP, 2005.

Van Valkenburg, M. E. Análisis de Redes. Ed. Limusa, 1996.